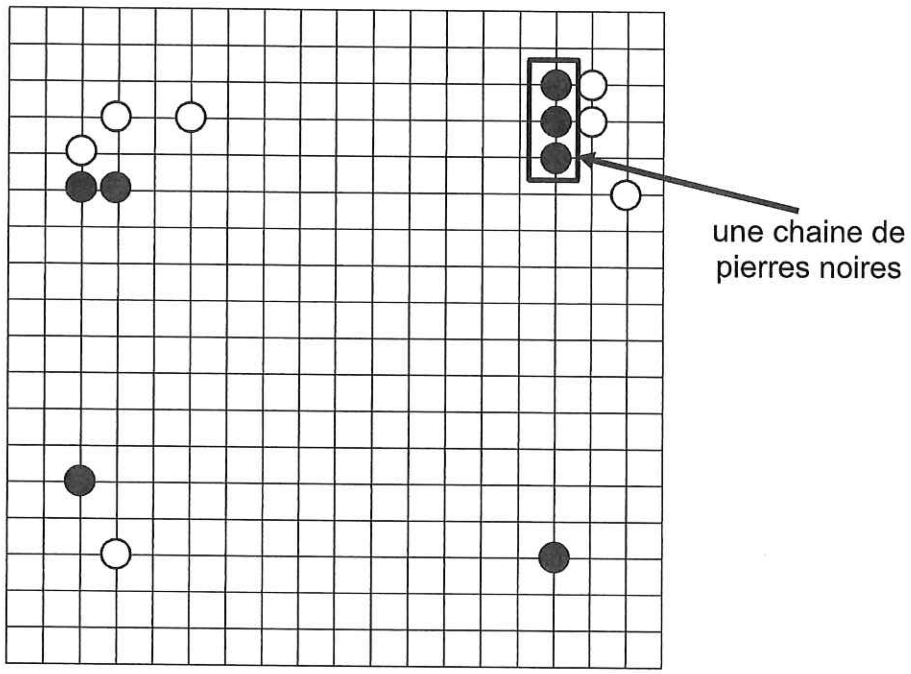
Exercice 3 (4 points)

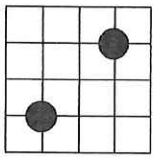
Au jeu de go, les deux adversaires placent à tour de rôle des pierres, respectivement noires et blanches, sur les intersections d'un plateau quadrillé appelé goban. Une partie se joue généralement sur un goban de 19×19 intersections, mais des gobans de 13×13 et 9×9 peuvent être utilisés pour s'entraîner.

On a reproduit ci-dessous un début de partie sur un goban de 19×19.

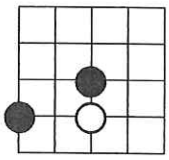


On s'intéresse dans cet exercice à l'une des règles du jeu de go, dite d'encerclement, pour laquelle on doit compter ce qui s'appelle les libertés d'une pierre ou d'une chaine de pierres.

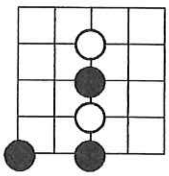
Les libertés d'une pierre sont les intersections libres autour d'elle selon les quatre directions cardinales (nord, sud, est et ouest). Dans chacun des exemples suivants, on donne le nombre de libertés de chacune des pierres noires.



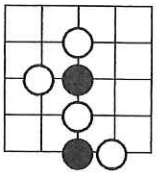
4 libertés



3 libertés



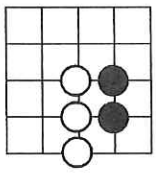
2 libertés



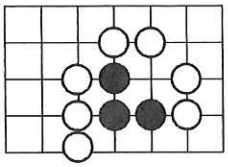
1 liberté

On appelle chaine de pierres une suite de pierres liées entre elles selon les directions cardinales. Le nombre de libertés d'une chaine de pierres s'obtient alors en comptant, sans répétition, les libertés de chacune des pierres qui la composent.

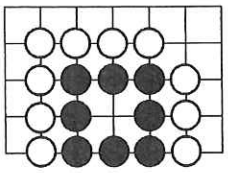
Les exemples ci-dessous mettent en lumière cette règle sur une chaine de pierres.



La chaine de pierres noires a 4 libertés.



La chaine de pierres noires a 3 libertés.



La chaine de pierres noires a une seule liberté.

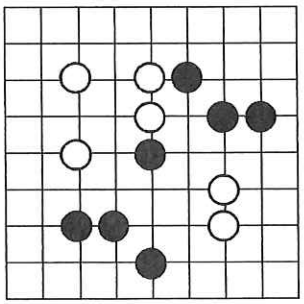
On se propose de représenter un état du jeu sur un goban $n \times n$ (où n peut valoir uniquement 9, 13 ou 19) par une liste de n listes toutes de longueur n. Chaque intersection sera définie par un numéro de ligne `i` et un numéro de colonne `j`.

L'intersection en haut à gauche (nord - ouest) est repérée par les indices `i = 0` et `j = 0` tandis que celle en bas à gauche (sud – ouest) est repérée par les indices `i = n - 1` et `j = 0`.

Pour chaque intersection,

- la présence d'une pierre noire est codée par le nombre 1,
- celle d'une pierre blanche par le nombre -1,
- l'absence de pierre par le nombre 0.

Par exemple, voici un goban de 9×9 et sa représentation par la liste `goban`.



```
goban = [[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0,-1, 0,-1, 1, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0,-1, 0, 1, 1, 0],
         [0, 0,-1, 0, 1, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0,-1, 0, 0],
         [0, 0, 1, 1, 0, 0,-1, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
        ]
```

1.

a. La valeur de `goban[2][5]` indique la présence d'une pierre : donner sa couleur sans justifier.

b. Sur votre copie, recopier et compléter la fonction ci-dessous afin qu'elle renvoie la représentation d'un goban de $n \times n$ vide.

```
def creer_goban_vide(n):
    assert n==9 or n==13 or n==19, "valeur de n non permise"
    ...
```

c. Que se passe-t-il lors de l'appel `creer_goban_vide(11)` ? Expliquer.

Pour la suite de l'exercice, on aura besoin de la fonction `est_valide(i, j, n)` définie par le code suivant.

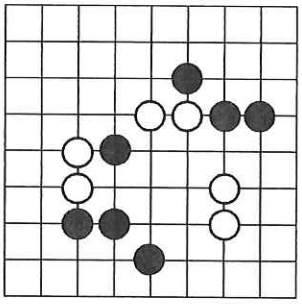
```
def est_valide(i, j, n):
    return 0<=i<n and 0<=j<n
```

Cette fonction renvoie la valeur `True` si les indices `i` et `j` passés en paramètres représentent une position valide sur un goban $n \times n$, et `False` sinon.

Cette fonction pourra être utilisée dans la suite de cet exercice.

2. La fonction `libertes_pierre(go, pi, pj)` a pour paramètres une liste `go` représentant un goban et des indices `pi` et `pj` qui repèrent l'intersection où se situe une pierre. Cette fonction renvoie les positions des intersections libres autour de cette pierre sous la forme d'une liste de tuples où chaque tuple est l'une de ces positions.

Par exemple, si `goban` représente le goban ci-dessous, l'appel `libertes_pierre(goban, 4, 2)` renvoie une liste qui contient, dans un ordre quelconque, les tuples `(4, 1)` et `(3, 2)`.



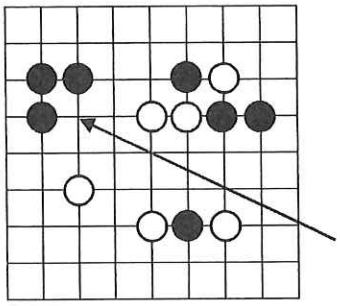
Sur votre copie, recopier et compléter le code ci-dessous.

```
def libertes_pierre(go, pi, pj):
    libertes = []
    n = len(go)

    ... # plusieurs lignes

    return libertes
```

3. Une chaine de pierres sera représentée par une liste de tuples qui repèrent leurs positions. Afin de calculer le nombre de libertés d'une chaine de pierres, on examine les libertés, sans répétition, de chacune des pierres qui la composent.

On utilise pour cela une liste de listes `marquage` qui contient initialement des booléens tous égaux à `False`. Cette liste `marquage`, qui a les mêmes dimensions que le goban, permet de conserver une trace des libertés qui ne doivent pas être comptées plusieurs fois.

Pour illustrer le rôle de la liste `marquage`, on considère, sur le goban ci-dessous, la chaine formée des pierres dont les positions sont les tuples `(3, 1)`, `(2, 1)` et `(2, 2)`.



En supposant que le premier tuple examiné est `(3, 1)`, la liste `marquage` contiendra alors les valeurs ci-dessous.

```
[[False, False, False, False, False, False, False, False, False],
 [False, False, False, False, False, False, False, False, False],
 [False, False, False, False, False, False, False, False, False],
 [True , False, True , False, False, False, False, False, False],
 [False, True , False, False, False, False, False, False, False],
 [False, False, False, False, False, False, False, False, False],
 [False, False, False, False, False, False, False, False, False],
 [False, False, False, False, False, False, False, False, False],
 [False, False, False, False, False, False, False, False, False]]
```

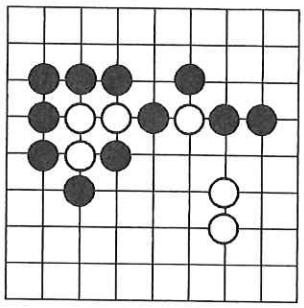
Ainsi, la liberté correspondant au tuple `(3, 2)` ne sera pas comptée une nouvelle fois lors de l'étude du tuple `(2, 2)` car `marquage[3][2]` vaut déjà `True`.

La fonction `nb_liberte_chaine(go, chaine)` prend en paramètres une liste `go` représentant un goban et une liste `chaine` représentant une chaine de pierres, et renvoie le nombre de libertés de la chaine.
Sur votre copie, écrire la séquence d'instructions qui sera exécutée dans la boucle `for i, j in libertes_pierre(go, pi, pj)`.

```
def nb_liberte_chaine(go, chaine):
    n = len(go)
    marquage = [[False for j in range(n)]
                for i in range(n)]
    nb_libertes = 0
    for pos in chaine:
        pi = pos[0]
        pj = pos[1]
        for i, j in libertes_pierre(go, pi, pj):

            ... # plusieurs lignes

    return nb_libertes
```

4. Lorsqu'une chaine ne possède aucune liberté, on dit que les pierres qui la constituent sont prisonnières, et celles-ci sont retirées du goban.

Dans l'exemple ci-dessous, la chaine formée des trois pierres situées aux intersections repérées par les tuples `(4, 2)`, `(3, 2)` et `(3, 3)` n'ont plus de libertés : elles sont donc prisonnières et sont retirées du goban.



On souhaite écrire une fonction qui, si le nombre de libertés d'une chaine est nul, renvoie le nombre de pierres prisonnières et supprime ces pierres du goban.
Écrire une telle fonction `supprime_prisonniers(go, chaine)`. Elle a pour paramètres une liste `go` représentant un goban et une liste `chaine` représentant une chaine de pierres.

5. On souhaite maintenant écrire une fonction `cherche_chaine` qui construit, étant donnée la position `(pi, pj)` d'une pierre, la chaine de pierres qui contient cette pierre. Pour cela, on examine récursivement les pierres voisines de même couleur et on ajoute leurs positions à une liste `chaine` initialement vide.

Sur votre copie, recopier et compléter les lignes 48 et 49 de cette fonction.

```
42  def cherche_chaine(go, pi, pj, chaine):
43      n = len(go)
44      chaine.append((pi, pj))
45      couleur = go[pi][pj]
46      for i, j in [(pi+1, pj), (pi-1, pj),
47                   (pi, pj+1), (pi, pj-1)]:
48          if est_valide(i, j, n) and ... and ... :
49              cherche_chaine( ... )
50      return chaine
```

Par exemple, pour le goban ci-contre, l'appel `cherche_chaine(goban, 3, 1, [])` renvoie la liste `[(3, 1), (4, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3)]`.