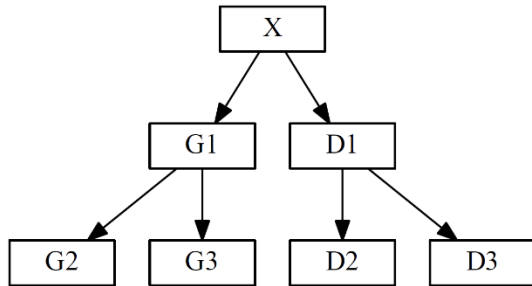


EXERCICE 4

Cet exercice porte sur les arbres binaires de recherche.

Un arbre binaire est soit vide, soit un nœud qui a une valeur et au plus deux fils (le sous-arbre gauche et le sous-arbre droit). Dans la représentation ci-contre,



X est un nœud

G1 est le fils gauche de X

D1 est le fils droit de X

Un arbre binaire de recherche est ordonné de la manière suivante :

Pour **chaque** nœud,

- les valeurs de **tous les nœuds** du sous-arbre gauche sont **strictement inférieures** à la valeur du nœud
- les valeurs de **tous les nœuds** du sous-arbre droit sont **supérieures ou égales** à la valeur du nœud

Ainsi, par exemple, toutes les valeurs des nœuds G1, G2 et G3 sont strictement inférieures à la valeur du nœud X et toutes les valeurs des nœuds D1, D2 et D3 sont supérieures ou égales à la valeur du nœud X.

Au fur et à mesure que les billets d'une loterie sont vendus, les numéros inscrits sur les billets sont insérés dans un arbre binaire de recherche. Chaque nœud de l'arbre est un couple, la 1^{ère} valeur correspond au numéro du billet et la seconde est une référence permettant de connaître le lieu de vente du billet.

Par exemple au couple (45,'AZ60') correspond le billet n°45 vendu par le commerçant 'AZ60'. Seul le numéro du billet est utilisé pour positionner le nœud dans l'arbre.

1.

- a. Dessiner l'arbre binaire de recherche dont la racine est (45,'AZ60') et dans lequel on insère dans cet ordre les nœuds (70,'AZ60'), (22,'AZ60'), (65,'BB54'), (58,'BC25') et (67,'BC25')
- b. Pour construire **la liste triée** de tous les numéros de billets vendus, préciser quel type de parcours de cet arbre faut-il programmer parmi les propositions ci-dessous :
 - un parcours en largeur ;
 - un parcours en profondeur infixe ;
 - un parcours en profondeur préfixe ;
 - un parcours en profondeur suffixe.

La fonction `filsgauche(a)` retourne le sous arbre gauche du nœud `a` et `null` si le nœud `a` n'a pas de fils gauche. Il en est de même pour la fonction `filsdroit(a)` avec le fils droit.

2. On rappelle que la taille d'un arbre est le nombre de nœuds. Recopier et compléter les `.....` de l'algorithme suivant pour que la fonction `taille(a)` renvoie la taille d'un arbre `a`.

```

fonction taille(a)
  si a est null
    alors renvoyer .....
  sinon
    renvoyer 1 + ..... + .....

```

3. Si `a` n'est pas `null`, la fonction `billet(a)` retourne la première valeur du nœud `a` (c'est-à-dire le numéro du billet) et `reference(a)` retourne la deuxième valeur du nœud `a` (c'est-à-dire le lieu de vente du billet `billet(a)`).

- a. Que fait la fonction récursive écrite en pseudo-langage suivante, où le paramètre `a` est un nœud et `n` un nombre entier ?

```

fonction mystere(a, n)
  si a est null
    alors renvoyer Faux
  sinon, si billet(a) vaut n
    alors renvoyer Vrai
  sinon
    renvoyer mystere(filsgauche(a)) OU mystere(filsdroit(a))

```

- b. La fonction précédente est applicable à tout arbre binaire. L'arbre construit à la première question est un arbre binaire de recherche. Recopier et compléter le `.....` de la ligne 6 de l'algorithme ci-dessous pour améliorer la fonction `mystere` en tenant compte de cette remarque.

```

1. fonction mystereABR(a, n)
2.   si a est null
3.     alors renvoyer Faux
4.   sinon, si billet(a) vaut n
5.     alors renvoyer Vrai
6.   sinon si .....
7.     renvoyer mystereABR(filsgauche(a))
8.   sinon
9.     renvoyer mystereABR(filsdroit(a))

```