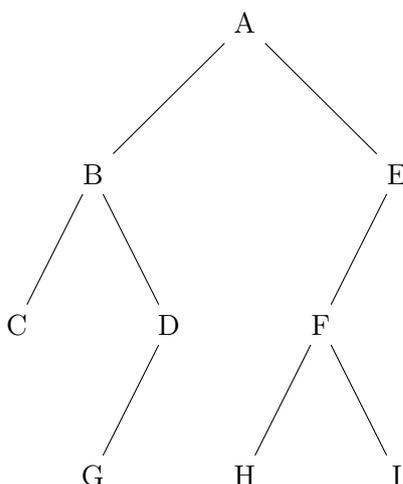


### Exercice 3

*Cet exercice porte sur les arbres binaires et les arbres binaires de recherche.*

Dans cet exercice, on utilisera la convention suivante : la hauteur d'un arbre binaire ne comportant qu'un nœud est 1.

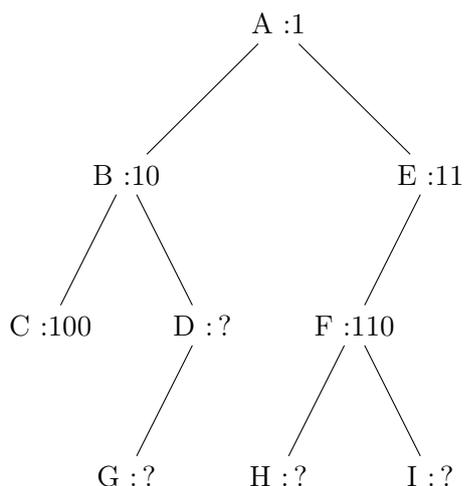
**Question 1** Déterminer la taille et la hauteur de l'arbre binaire suivant :



**Question 2** On décide de numéroter en binaire les nœuds d'un arbre binaire de la façon suivante :

- la racine correspond à 1 ;
- la numérotation pour un fils gauche s'obtient en ajoutant le chiffre 0 à droite au numéro de son père ;
- la numérotation pour un fils droit s'obtient en ajoutant le chiffre 1 à droite au numéro de son père ;

Par exemple, dans l'arbre ci-dessous, on a utilisé ce procédé pour numéroter les nœuds  $A, B, C, E$  et  $F$ .

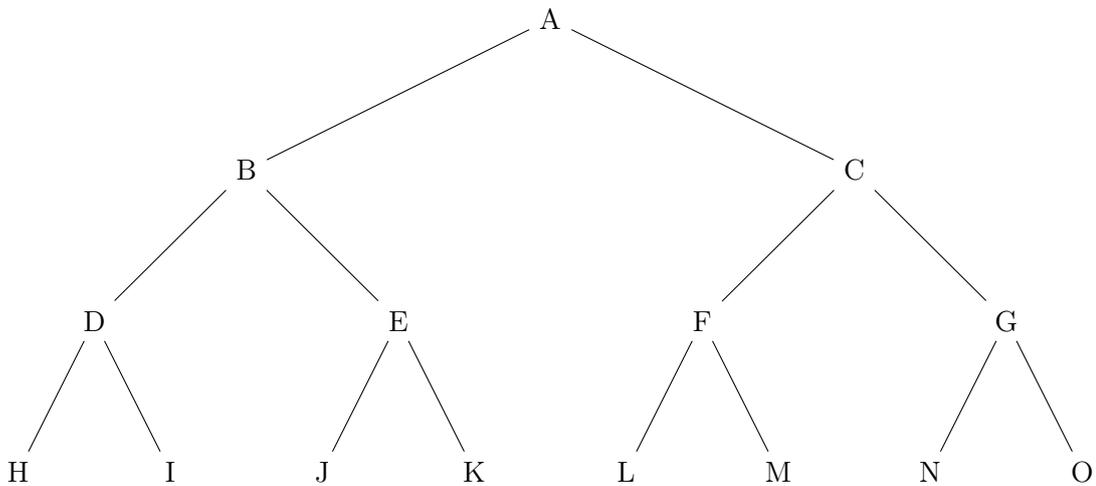


1. Dans l'exemple précédent, quel est le numéro en binaire associé au nœud  $G$  ?
2. Quel est le nœud dont le numéro en binaire vaut 13 en décimal ?
3. En notant  $h$  la hauteur de l'arbre, sur combien de bits seront numérotés les nœuds les plus en bas ?

4. Justifier que pour tout arbre de hauteur  $h$  et de taille  $n \geq 2$ , on a :

$$h \leq n \leq 2^h - 1$$

**Question 3** Un arbre binaire est dit complet si tous les niveaux de l'arbre sont remplis.



*Arbre binaire complet*

On décide de représenter un arbre binaire complet par un tableau de taille  $n + 1$ , où  $n$  est la taille de l'arbre, de la façon suivante :

- La racine a pour indice 1 ;
- Le fils gauche du nœud d'indice  $i$  a pour indice  $2 \times i$  ;
- Le fils droit du nœud d'indice  $i$  a pour indice  $2 \times i + 1$  ;
- On place la taille  $n$  de l'arbre dans la case d'indice 0.

1. Déterminer le tableau qui représente l'arbre binaire complet de l'exemple précédent.
2. On considère le père du nœud d'indice  $i$  avec  $i \geq 2$ . Quel est son indice dans le tableau ?

**Question 4** On se place dans le cas particulier d'un arbre binaire de recherche complet où les nœuds contiennent des entiers et pour lequel la valeur de chaque nœud est supérieure à celles des nœuds de son fils gauche, et inférieure à celles des nœuds de son fils droit.

Écrire une fonction `recherche` ayant pour paramètres un arbre `arbre` et un élément `element`. Cette fonction renvoie `True` si `element` est dans l'arbre et `False` sinon. L'arbre sera représenté par un tableau comme dans la question précédente.